Fiche 2 - Primitives d'une fonction

Exercice 1 (Calcul de primitives):
Déterminer les primitives des fonctions données, définie sur I.

1. $f_1(x) = x^5$
2. $f_2(t) = t^7$
3. $f_3(x) = \dfrac{1}{x^4}$
4. $f_4(t) = t^3 - 3t + 4$
5. $f_5(x) = x^6 + x^3 - x$
6. $f_6(x) = 3x^2 - 5x^3 + \pi x$
7. $f_8(t) = \dfrac{1}{t} + \dfrac{1}{t^2}$
8. $f_9(x) = (2x+1)(x^2+x-7)^3$
9. $f_{10}(x) = \dfrac{-2}{3x^5} + \dfrac{4}{3x^2}$
10. $f_{11}(x) = (x+1)^4$

Exercice 2 (Primitives uniques):
Dans chaque cas, déterminer LA primitive de F de f sur I qui vérifie la condition donnée.

1. $f_2(x) = \dfrac{1}{x^2} + \dfrac{1}{x^3}$ et $F(1) = 2$.
2. $f_3(x) = 3x^2\left(x^3+2\right)$ et $F(-1) = \dfrac{1}{2}$.

Exercice 3 (Très difficile):
Soit f la fonction définie sur $]-3\,;+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{x^2+6x}{(x+3)^2}$.

1. Montrer qu'il existe deux réels a et b tels que, pour tout x de $]-3\,;+\infty[$, $f(x) = a + \dfrac{b}{(x+3)^2}$.
2. En déduire les primitives de f sur $]-3\,;+\infty[$.
3. Déterminer la primitive F_0 de f sur $]-3\,;+\infty[$ qui vérifie $F_0(0) = \dfrac{1}{4}$.