

Devoir Maison n°2

Exercice 1:

1. (a)
 - (b) Voir correction faite en classe
 - (c) Le graphique montre que la limite de la suite est voisine de 12.
2. (a) $v_n = u_n - 12 \Rightarrow v_{n+1} = u_{n+1} - 12 = 0,85u_n + 1,8 - 12 = 0,85u_n - 11,2 = 0,85(u_n - 12) = 0,85v_n$.
 Conclusion : $v_{n+1} = 0,85v_n$ ce qui montre que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison 0,85 et de premier terme : $v_0 = u_0 - 12 = 8 - 12 = -4$
 - (b) On a donc : $v_n = v_0 \times 0,85^n = -4 \times 0,85^n$. De $v_n = u_n - 12$ il résulte que $u_n = v_n + 12 = 12 - 4 \times 0,85^n$.
 - (c) On a $v_{n+1} - v_n = 0,85v_n - v_n = -0,15v_n$. Comme $v_0 < 0$ et $0,85 > 0$, tous les termes de la suite (v_n) sont négatifs, donc $-0,15v_n > 0$ et finalement $v_{n+1} - v_n > 0$, ce qui signifie que la suite (v_n) est croissante.
 Comme $u_{n+1} - u_n = v_{n+1} + 12 - (v_n + 12) = v_{n+1} + 12 - v_n - 12 = v_{n+1} - v_n > 0$, comme on vient de le voir.
 La suite (u_n) est croissante.
 - (d) Comme $-1 < 0,85 < 1$, on a $\lim_{n \rightarrow +\infty} 0,85^n = 0$, donc $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 12$, ce qui confirme la conjecture précédente.
3. (a) En milliers d'abonnés soit w_n la suite du nombre d'abonnés l'année $2010 + n$.
 On a $w_0 = 8$ et $w_{n+1} = (1 - 0,15)w_n + 1,8 = 0,85w_n + 1,8$.
 On a donc $w_n = u_n$ pour tout naturel n .
 - (b) D'après la question 2. b. le nombre d'abonnés en $2020 = 2010 + 10$ est :
 $u_{10} = 12 - 4 \times 0,85^{10} \approx 11.213$.
 En 2014 il y aura environ 11213 abonnés.