

Devoir Maison n°1

Exercice 1 (Correction):

1. (a) $u_2 = u_1 \times 1,05 + 20 = 100 \times 1,05 + 20 = 125$.
- (b) Si un jour on verse u_n le lendemain on verse 5 % de plus soit $1,05u_n$ plus 20 soit $u_{n+1} = 1,05u_n + 20$.
2. (a) $v_1 = u_1 + 400 = 100 + 400 = 500$.
- (b) $v_{n+1} = u_{n+1} + 400 = 1,05u_n + 20 + 400 = 1,05u_n + 420 = 1,05\left(u_n + \frac{420}{1,05}\right) = 1,05(u_n + 400) = 1,05v_n$.
L'égalité, vraie pour tout naturel n , $v_{n+1} = 1,05v_n$, montre que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison 1,05, de premier terme $v_1 = 500$.
- (c) On sait que $v_n = 1,05^{n-1}v_1 = 500 \times 1,05^{n-1}$.
Or $v_n = u_n + 400 \iff u_n = v_n - 400 = 500 \times 1,05^{n-1} - 400$
- (d) $v_1 + v_2 + \dots + v_n = 500 + 500 \times 1,05^{2-1} + 500 \times 1,05^{3-1} + \dots + 500 \times 1,05^{n-1} = 500 \times \frac{1 - 1,05^n}{1 - 1,05} = \frac{500}{-0,05} (1 - 1,05^n) = -10000(1 - 1,05^n) = 10000(1,05^n - 1)$.
3. Au bout de n jours Marc aura reçu :
 $u_1 + u_2 + \dots + u_n = v_1 - 400 + v_2 - 400 + \dots + v_n - 400 = v_1 + v_2 + \dots + v_n - 400n = 10000(1,05^n - 1) - 400n$.
 Il faut donc trouver le plus petit entier n tel que :
 $10000(1,05^n - 1) - 400n \geq 10000 \iff 1,05^n - 1 - 0,04n \geq 1 \iff 1,05^n \geq 2 + 0,04n$.
 La calculatrice donne $1,05^{21} \approx 2,786$ et $2 + 0,04 \times 21 = 2,84 > 2,786$;
 $1,05^{22} \approx 2,925$ et $2 + 0,04 \times 22 = 2,88 < 2,925$.
 La somme reçue dépassera 10000 au bout de 22 jours.