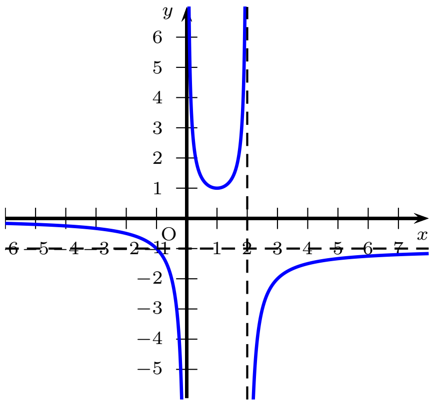
BAC BLANC N°1 - JANVIER 2019

Il faudra rédiger un exercice par feuille sauf pour l'exercice 1. La présentation, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.
Les candidats sont invités à encadrer dans la mesure du possible leurs résultats et à souligner les arguments essentiels de leurs raisonnements. Les candidats ne doivent faire usage d'aucun document. L'utilisation de la calculatrice est autorisée en mode examen. Si au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il la signalera sur sa copie et poursuivra sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il sera amené à prendre.

Exercice 1:
Cet exercice est un Q. C. M. Pour chacune des questions posées, une seule des quatre réponses est exacte. Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.
Une bonne réponse rapporte un point. Une mauvaise réponse, plusieurs réponses ou l'absence de réponse à une question ne rapportent ni n'enlèvent de point.

1. Voici la représentation graphique d'une fonction f.
Cette courbe admet les quatre asymptotes suivantes :
— deux asymptotes horizontales d'équations respectives $y = -1$ et $y = 0$;
— deux asymptotes verticales d'équations respectives $x = 0$ et $x = 2$.

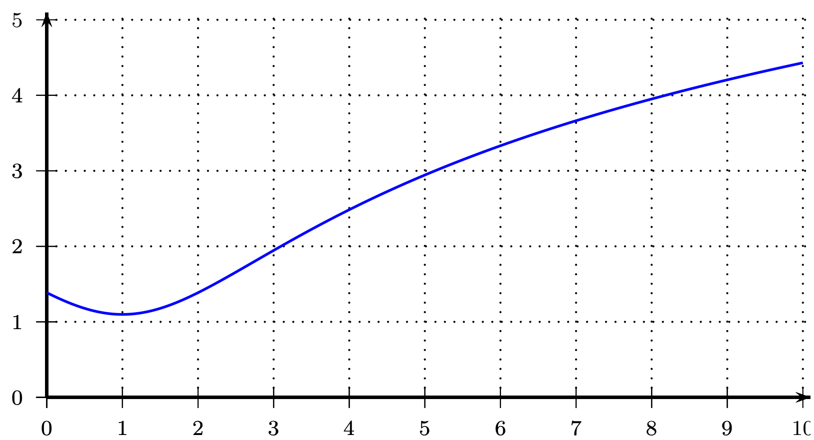


Choisissez la bonne égalité :

a. $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0$	**b.** $\lim\limits_{x \to +0^-} f(x) = -\infty$
c. $\lim\limits_{x \to +2^+} f(x) = +\infty$	**d.** $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -1$

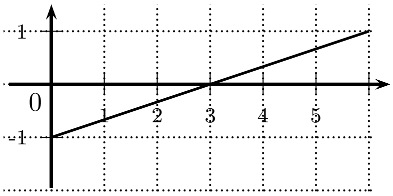
La figure ci-dessous donne la courbe représentative de la fonction g définie sur $[0 ; +\infty[$ par :

$$g(x) = \ln\left(x^2 - 2x + 4\right)$$

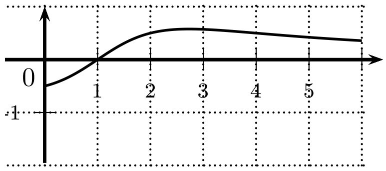


2. La courbe de la fonction dérivée de la fonction g est :

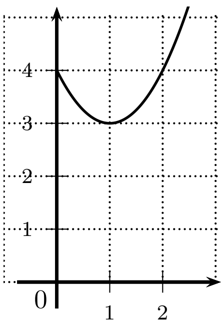
a. Courbe 1



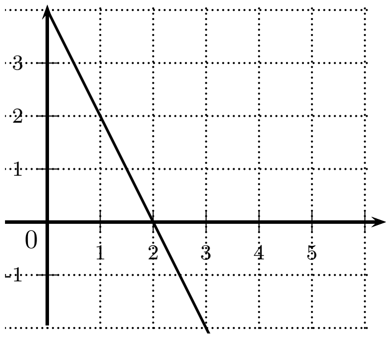
b. Courbe 2



c. Courbe 3



d. Courbe 4



3. (u_n) est la suite géométrique de premier terme $u_0 = 1$ et de raison $\dfrac{5}{3}$.
On donne l'algorithme suivant :

Variables	n, u
Initialisation	$u \leftarrow 1$
	$n \leftarrow 0$
Traitement	Tant que $u < 1000$
	$n \leftarrow n+1$
	$u \leftarrow u \times \dfrac{5}{3}$
	Fin tant que
Sortie	Afficher n

Cet algorithme affiche en sortie :

(a) la valeur de u_{1001}
(b) la plus grande valeur de n vérifiant $u_n < 1000$
(c) la plus petite valeur de n vérifiant $u_n \geqslant 1000$
(d) la plus petite valeur de u_n vérifiant $u_n \geqslant 1000$

Exercice 2:
Après son installation, un lundi matin, un aquarium contient 280 litres d'eau et des poissons. Par évaporation, le volume d'eau dans l'aquarium diminue de 2 % par semaine. Compte tenu du nombre de poissons, cet aquarium doit contenir en permanence au minimum 240 litres d'eau.

Partie A

1. Quel volume d'eau restera-t-il dans l'aquarium au bout d'une semaine ?
2. Est-il vrai qu'au bout de deux semaines, exactement 4 % du volume d'eau initial se seront évaporés ? Justifier.
3. Déterminer au bout de combien de semaines le volume d'eau dans l'aquarium deviendra insuffisant.

Partie B

On ajoute chaque lundi matin, en une seule fois, 5 litres d'eau pour compenser l'évaporation hebdomadaire de 2 %.

On note u_0 le volume initial d'eau en litres dans l'aquarium. Ainsi $u_0 = 280$.

Pour tout entier naturel n supérieur ou égal à 1, on note u_n le volume d'eau dans l'aquarium, en litres, n semaines après son installation, immédiatement après l'ajout hebdomadaire des 5 litres d'eau.

1. Vérifier que $u_2 = 278,812$.
2. Justifier que pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 0,98u_n + 5$.
3. Montrer que la suite (u_n) n'est pas géométrique.
4. On considère l'algorithme ci-dessous dans lequel k désigne un nombre entier naturel et U un nombre réel.

```
U ← 280
Pour k allant de 1 à ...
        U ← ...
Fin Pour
```

   (a) Recopier et compléter l'algorithme pour qu'à la fin de son exécution, la variable U contienne u_6.
   (b) Quel est le volume d'eau dans l'aquarium, en litres à 10^{-2} près, 6 semaines après son installation immédiatement après l'ajout hebdomadaire des 5 litres d'eau ?
5. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n = u_n - 250$.
   On admet que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison $0,98$.
   (a) Calculer v_0.
   (b) Exprimer v_n en fonction de n.
   (c) En déduire que, pour tout entier naturel n, $u_n = 30 \times 0,98^n + 250$.
   (d) Justifier que la préconisation concernant le volume d'eau dans l'aquarium est respectée.

Exercice 3:
Le niveau sonore N d'un bruit, à une distance D de sa source, dépend de la puissance sonore P de la source. Il est donné par la relation

$$N = 120 + 4\ln\left(\frac{P}{13 \times D^2}\right)$$

où N est exprimé en décibels (dB), P en Watts (W) et D en mètres (m).

Partie A

Les questions 1. et 2. sont indépendantes

1. Calculer le niveau sonore N d'un bruit entendu à 10 mètres de la source sonore dont la puissance P est égale à $2,6$ Watts. On arrondira le résultat à l'unité.
2. On donne $N = 84$ dB et $D = 10$ m. Déterminer P. On arrondira le résultat à 10^{-2} près.

Partie B

Une entreprise de travaux publics réalise un parking en plein air. Sur le chantier d'aménagement de ce parking, une machine de découpe a une puissance sonore P égale à $0,026$ Watts.

1. (a) Montrer qu'à une distance D de la machine, le niveau sonore N dû à celle-ci vérifie la relation :

$$N = 120 + 4\ln(0,002) - 4\ln\left(D^2\right).$$

   (b) Montrer qu'une approximation de N peut être $95,14 - 8\ln(D)$.

Dans la suite de l'exercice, à une distance de x mètres de la machine, le niveau sonore N émis par la machine est modélisé par la fonction f définie sur l'intervalle [0,1 ; 20] par :

$$f(x) = 95,14 - 8\ln(x).$$

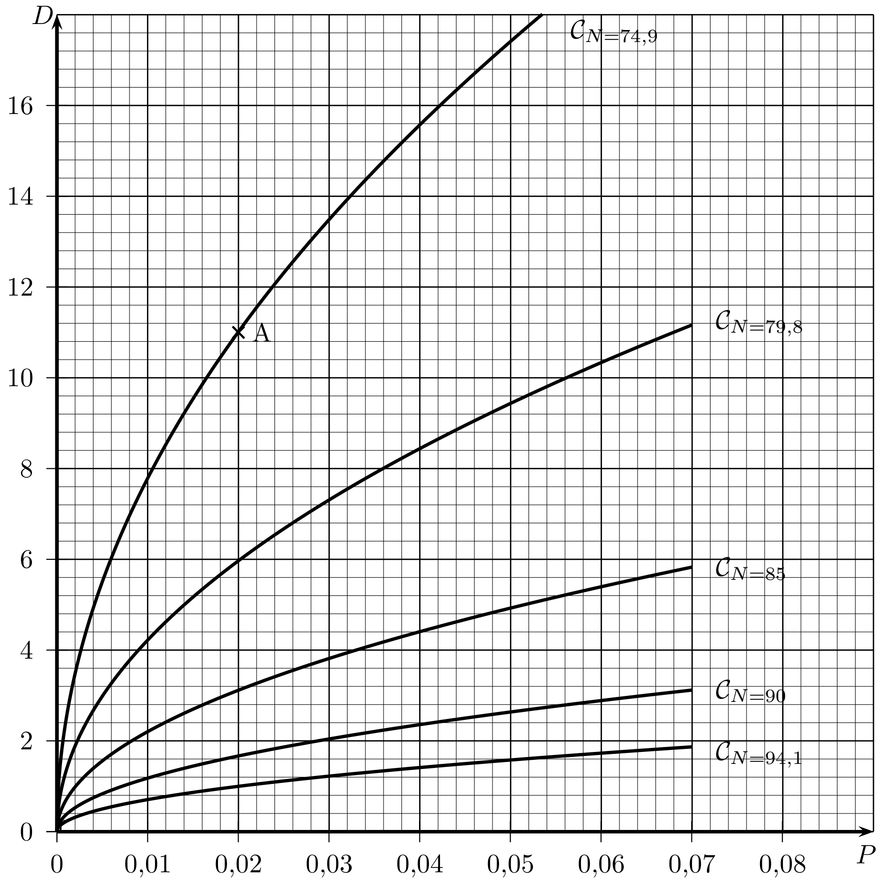
1. (a) Déterminer une expression de $f'(x)$, où f' désigne la fonction dérivée de f.
   (b) Donner le signe de $f'(x)$ pour tout x de l'intervalle [0,1 ; 20].
   (c) En déduire le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle [0,1 ; 20].
2. On suppose qu'un ouvrier de cette entreprise se situe à trois mètres de la machine.
   La législation en vigueur l'oblige à porter des protections individuelles contre le bruit dès qu'un risque apparaît.
   Justifier, à l'aide du tableau ci-dessous, que l'ouvrier doit porter des protections individuelles contre le bruit.

Impacts sur l'audition	**Niveaux sonores en décibels**
Aucun	[0 ; 85[
Risque faible	[85 ; 90[
Risque élevé	[90 ; 120[

3. Déterminer à quelle distance de la machine un ouvrier de l'entreprise sort de la zone de risque élevé (c'est-à-dire lorsque le niveau sonore est inférieur à 90 dB).

Partie C

On s'intéresse au lien entre la puissance P d'un bruit et la distance D de sa source pour différentes valeurs de son niveau sonore N.



On admet que pour une puissance de $0,02$ Watt, le niveau sonore du bruit est de $74,9$ décibels à une distance de 11 mètres de la source sonore. Ainsi, le point A de coordonnées $(0,02;11)$ appartient à la courbe $\mathcal{C}_{N=74,9}$.

1. Pour un bruit de puissance P égale à $0,06$ W, déterminer graphiquement à quelles distances minimale et maximale de la source peut se situer une personne pour que le niveau sonore N soit compris entre 85 et 90 dB.
2. Pour une source sonore située à une distance D de 8 m, déterminer graphiquement les puissances minimale et maximale de cette source pour obtenir un niveau sonore compris entre $74,9$ dB et $79,8$ dB.

Exercice 4:
Yanis joue aux régulièrement aux fléchettes. Il déclare atteindre la zone centrale de la cible 7 fois sur 10, quel que soit le résultat du lancer précédent.
Il lance 20 fléchettes à la suite.
Soit X la variable aléatoire qui compte le nombre de succès sur 20 lancers c'est-à-dire le nombre de fois où Yanis atteint la zone centrale de la cible.

1. Justifier que X suit une loi binomiale et donner ses paramètres.
2. Calculer la probabilité que Yanis atteint exactement 10 fois la zone centrale.
3. Calculer la probabilité que Yanis atteint au moins 15 fois la zone centrale.
4. Calculer la probabilité que Yanis atteint au plus 13 fois la zone centrale.
5. Combien de fois Yanis peut-il espérer atteindre la zone centrale de la cible sur l'ensemble de ses 20 lancers.