Devoir surveillé n°1

Exercice 1:
Un kiosque numérique propose des magazines consultables sur tablette. Il avait 4000 abonnés lors de son lancement.

Une étude commerciale montre que chaque année le taux de réabonnement est voisin de 70 % et que le nombre de nouveaux abonnés est d'environ 6000.

1. Déterminer le nombre d'abonnés une année après le lancement.
2. Déterminer de même le nombre d'abonnés deux années après le lancement.
3. On considère l'algorithme suivant :

Variables :	n est un entier naturel.
	u est un réel.
Initialisation :	Affecter à u la valeur 4000
	Affecter à n la valeur 0
Traitement :	Tant que $n < 2$
	u prend la valeur $\frac{7}{10}u + 6000$
	n prend la valeur $n + 1$
Sortie :	Afficher u.

   Quel est le résultat affiché par cet algorithme ?
4. Modifier l'algorithme pour afficher le nombre d'années à partir duquel il y aura plus de 15000 abonnés.
5. Soit la suite (a_n) définie par :

$$a_0 = 4 \text{ et pour tout } n > 0,\ a_{n+1} = \frac{7}{10}a_n + 6.$$

   Quel lien peut-on établir entre cette suite et le nombre d'abonnés au kiosque numérique ?
6. Soit (b_n) la suite définie pour tout entier n par : $b_n = 20 - a_n$.
   On admet que la suite (b_n) est une suite géométrique de raison $\frac{7}{10}$.
   Exprimer a_n en fonction de n.
7. D'après ce modèle peut-on envisager de dépasser les 30000 abonnés ? Expliquer la démarche suivie.

Exercice 2:
Les questions de cet exercice forment un questionnaire à choix multiples (QCM).
Pour chacune des questions, des affirmations sont proposées : une seule est exacte.
Cocher l'affirmation exacte pour chaque question, sachant qu'une affirmation exacte rapporte 1 point, l'absence d'affirmation, les affirmations multiples ou une affirmation fausse n'apportent ou n'enlèvent aucun point.
Aucune justification n'est demandée.

Un propriétaire d'appartement, original et mathématicien, propose le contrat de location suivant :
— le loyer est à payer mensuellement ;
— le premier loyer est de 500 € ;
— le loyer du mois suivant est égal à celui du mois précédent diminué de 5 % auquel on ajoute 35 €.
On note u_n le loyer du mois de rang n en commençant par $u_0 = 500$.

Partie A. On admet que la suite (u_n) est définie pour tout entier naturel n par $u_{n+1} = 0,95 \times u_n + 35$.
On considère la suite auxiliaire (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n = u_n - 700$.

1. La suite (u_n) est
   ☐ seulement arithmétique
   ☐ seulement géométrique
   ☐ arithmétique et géométrique
   ☐ ni arithmétique, ni géométrique
2. La suite (v_n) est
   ☐ arithmétique de raison −700 et de premier terme $v_0 = 500$
   ☐ arithmétique de raison −700 et de premier terme $v_0 = -200$
   ☐ géométrique de raison 0,95 et de premier terme $v_0 = 500$
   ☐ géométrique de raison 0,95 et de premier terme $v_0 = -200$
3. On considère l'algorithme suivant :

```
u PREND LA VALEUR 500
n PREND LA VALEUR 0
TANT QUE u < 650
 n PREND LA VALEUR n+1
 u PREND LA VALEUR 0,95u + 35
FIN TANT QUE
AFFICHER n
```

Cet algorithme permet d'obtenir :
- ☐ la valeur de u_{650}
- ☐ la somme des 650 premiers termes de (u_n)
- ☐ le plus petit rang n pour lequel on a $u_n \geqslant 650$
- ☐ le nombre de termes de (u_n) inférieurs à 650

4. La valeur affichée par l'algorithme de la question 3 est :

   ☐ 27 ☐ 28 ☐ 700 ☐ $652,43$

5. On propose ci-dessous 4 algorithmes. Lequel permet d'afficher exactement les 10 premiers loyers ?

☐
```
u PREND LA VALEUR 500
POUR k ALLANT de 1 A 10
 u PREND LA VALEUR 0,95u+35
 AFFICHER u
FIN POUR
```

☐
```
u PREND LA VALEUR 500
POUR k ALLANT de 1 A 10
 AFFICHER u
 u PREND LA VALEUR 0,95u+35
FIN POUR
```

☐
```
u PREND LA VALEUR 500
POUR k ALLANT de 1 A 10
 u PREND LA VALEUR 0,95u+35
FIN POUR
AFFICHER u
```

☐
```
u PREND LA VALEUR 500
POUR k ALLANT de 1 A 11
 AFFICHER u
 u PREND LA VALEUR 0,95u+35
FIN POUR
```

Partie B. On admet pour la suite que, pour tout entier naturel n, $u_n = -200 \times 0,95^n + 700$

1. La suite (u_n) a pour limite

   ☐ $+\infty$ ☐ 0 ☐ 700

2. La suite (u_n)

   ☐ est croissante ☐ est décroissante ☐ n'est pas monotone