

DS - 1 - OCTOBRE 2017

Un loueur de voitures dispose au 1^{er} mars 2015 d'un total de 10000 voitures pour l'Europe.

Afin d'entretenir son parc, il décide de revendre, au 1^{er} mars de chaque année, 25 % de son parc automobile et d'acheter 3000 voitures neuves.

On modélise le nombre de voitures de l'agence à l'aide d'une suite :

Pour tout entier naturel n , on note u_n le nombre de voitures présentes dans le parc automobile au 1^{er} mars de l'année 2015 + n .

On a donc $u_0 = 10000$.

1. Expliquer pourquoi pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = 0,75u_n + 3000$.

2. Pour tout entier naturel n , on considère la suite (v_n) définie par

$$v_n = u_n - 12000.$$

(a) Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison 0,75. Préciser son premier terme.

(b) Exprimer v_n en fonction de n .

(c) Déterminer la limite de la suite (v_n) .

(d) Justifier que, pour tout entier naturel n , $u_n = 12000 - 2000 \times 0,75^n$.

(e) En vous appuyant sur les réponses données aux deux questions précédentes, que pouvez-vous conjecturer sur le nombre de voitures que comptera le parc automobile de ce loueur au bout d'un grand nombre d'années ?

3. On admet dans cette question que la suite (u_n) est croissante.

On aimerait déterminer l'année à partir de laquelle le parc automobile comptera au moins 11950 voitures.

(a) Compléter les pointillés afin qu'il permette de répondre au problème posé.

Initialisation	U prend la valeur 10000 N prend la valeur 0
Traitement	Tant que ... N prend la valeur ... U prend la valeur ... Fin Tant que
Sortie	Afficher ...

(b) À l'aide de la calculatrice, déterminer l'année recherchée.